【 QUIZ ④ 】

マノメータによる差圧測定に関する別紙の問題に答えよ。

[略解]

[1]

$$\frac{4}{3}\pi R^2 L\rho\,\ddot{x} \;=\; \pi R^2 \Delta p \;-\boxed{2\pi R^2 \rho g\,x}\;-\;8\pi L\mu\,\dot{x} \qquad (1)$$

[2]

$$u_{\text{ave}} = \frac{\int u(r)\,dS}{S} = \frac{\int_0^R u(r)\cdot 2\pi r\,dr}{\pi R^2} = \frac{2}{R^2}\frac{\Delta p}{4\mu L}\left(\frac{R^2 r^2}{2} - \frac{r^2}{4}\right)\Bigg|_0^R = \frac{\Delta p}{8\mu L}R^2$$

[3]

$$\tau_{rx} = -\mu\frac{du(r)}{dr} = +\frac{\Delta p}{4L}2r = \frac{\Delta p}{2L}r$$

よって，壁面 $r=R$ でのせん断応力は，

$$\tau_{rx}\big|_{r=R} = \frac{\Delta p}{2L}R\bigg/\frac{\Delta p}{8\mu L}R^2\cdot u_{\text{ave}} = \frac{4\mu}{R}u_{\text{ave}}$$

したがって，速度に比例した減衰力は，これに管壁の面積（$2\pi R\cdot L$）をかけて $8\pi L\mu\cdot u_{\text{ave}}$ となる。

[4]

式(1)を整理すると，

$$\frac{4}{3}L\rho\,\ddot{x} = \Delta p - 2\rho g\,x - \frac{8\mu L}{R^2}\dot{x} \quad\rightarrow\quad \ddot{x} + \frac{6\mu}{\rho R^2}\dot{x} + \frac{3g}{2L}x = \frac{3}{4\rho L}\Delta p$$

となり，これを， $\ddot{x} + 2\varsigma\omega_n\,\dot{x} + \omega_n{}^2\,x = K\omega_n{}^2\,\Delta p$ **と表現した場合，**

$$K = \frac{1}{2\rho g} \quad,\quad \omega_n = \sqrt{\frac{3g}{2L}} \quad,\ \varsigma = \frac{\mu}{\rho R^2}\sqrt{\frac{6L}{g}}$$ **とおいたことになる。**

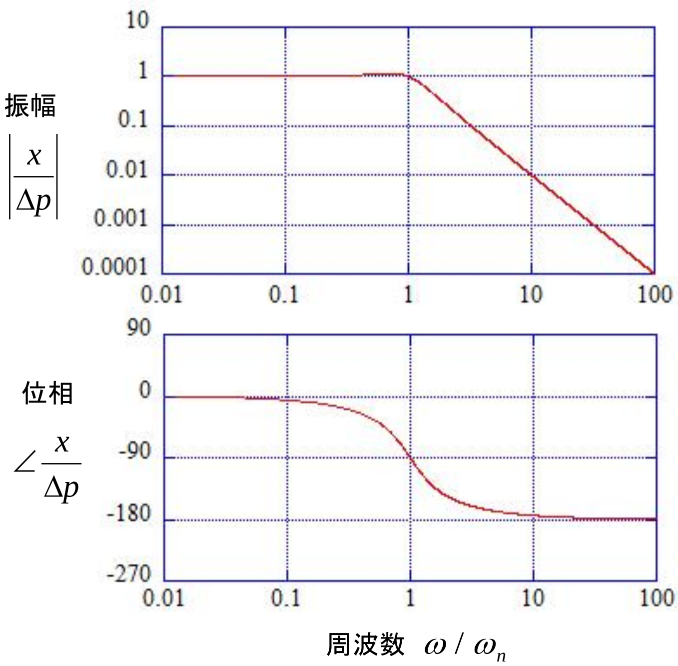
[5]

$$\left|\frac{x}{\Delta p}(i\omega)\right| = \frac{K}{\sqrt{\left(1-\omega^2/\omega_n{}^2\right)^2 + \omega^2/\omega_n{}^2}}\ , \qquad \angle\frac{x}{\Delta p}(i\omega) = \tan^{-1}\frac{1}{\dfrac{\omega}{\omega_n} - \dfrac{\omega_n}{\omega}}$$

[6]

表１ マノメータの周波数特性

周波数	振幅比	位相差
$\omega \to 0$	K	$\tan^{-1}(-0) = 0°$
$\omega = \omega_n$	K	$\tan^{-1}(-\infty) = -90°$
$\omega \to \infty$	0	$\tan^{-1}(+0) = -180°$



以上