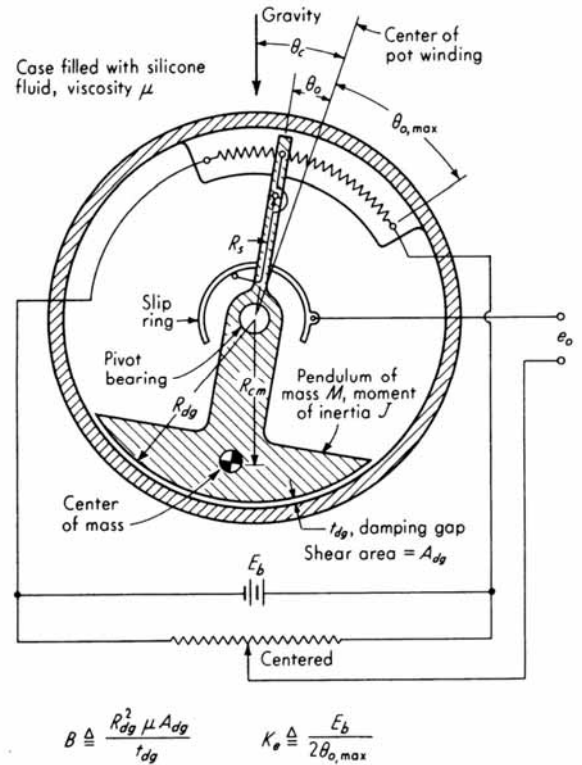
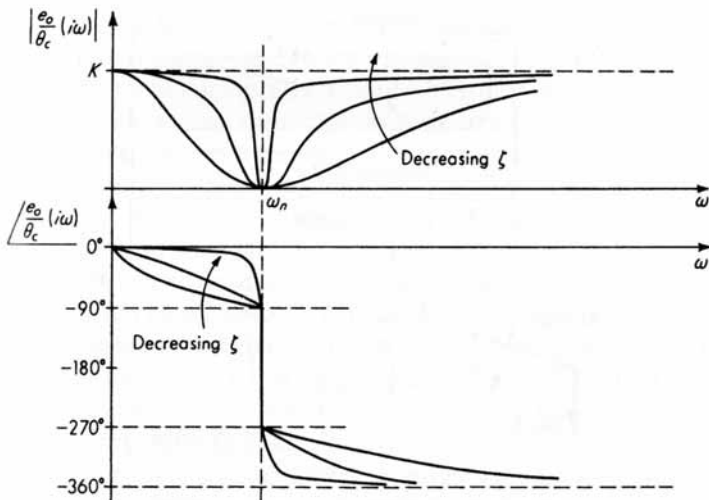


## 【 QUIZ 】

右下の図に示す振り子式傾斜計(流体が封入されており,振り子とケースとの間には流体の粘性による減衰力が働く.なお,傾き $\theta_o = 0$ のとき,電圧出力 $e_o = 0$ となるように可変抵抗が調整されているものとする)について,以下の仮定のもと,その伝達関数 $e_o(s)/\theta_c(s)$ を求めなさい.また,その周波数応答が,左下の図に示すノッチフィルタ(特定の周波数を遮断する)になることを説明しなさい.

- 仮定: 1)角度変化は十分小さい.  
 2)振り子の運動への流体の慣性の影響は無視できる.  
 3)流体による減衰力は,振り子とケースのギャップにのみ働く  
 4)すべての滑动部の摩擦力は無視できる.  
 5)振り子に作用する浮力も無視できる.



### [ 略解 ]

ケース内に扇状に配置されている可変抵抗の中央位置に,振り子の指針がくれば(すなわちケースと振り子の傾きに差異がなければ: $\theta_o = 0$ ),電圧出力はゼロである( $e_o = 0$ )。両者の関係は

$$e_o = \frac{E_b}{2\theta_{o,max}} \theta_o = K\theta_o$$

である。(ここで,右上の図が, $\theta_o < 0$ , $e_o < 0$ という状態をあらわしていることに注意せよ。)

さて,この傾斜計の動的応答を議論するにおいては,ケースの中の振り子の運動(鉛直方向からの振れ角: $\theta_p$ とおく)を扱う必要がある。仮定2)-5)をふまえて,振り子の運動方程式をたてると,

$$J \frac{d^2 \theta_p}{dt^2} = -B \frac{d\theta_o}{dt} - MgR_{cm} \sin \theta_p$$

である。(ここで減衰項が,相対角度 $\theta_o$ の時間変化に基づくものであることに注意せよ。)

仮定1)より, $\sin \theta_p \cong \theta_p$ とおけ, $\theta_p = \theta_c + \theta_o$ であるから,上の式は,

$$J \frac{d^2 (\theta_c + \theta_o)}{dt^2} = -B \frac{d\theta_o}{dt} - MgR_{cm} (\theta_c + \theta_o)$$

となり,これをラプラス変換すると,

$$Js^2 [\theta_c(s) + \theta_o(s)] = -Bs \theta_o(s) - MgR_{cm} [\theta_c(s) + \theta_o(s)]$$

したがって、

$$\frac{\theta_o}{\theta_c}(s) = -\frac{Js^2 + MgR_{cm}}{Js^2 + Bs + MgR_{cm}} = -\frac{(s/\omega_n)^2 + 1}{(s/\omega_n)^2 + 2\zeta(s/\omega_n) + 1}$$

である。なお、ここで、 $\frac{MgR_{cm}}{J} = \omega_n^2$ 、 $\zeta = \frac{B}{2\sqrt{JMgR_{cm}}}$  とおいた。傾斜入力と電圧出力の間の

伝達関数は、

$$\frac{e_o}{\theta_c}(s) = -K \frac{(s/\omega_n)^2 + 1}{(s/\omega_n)^2 + 2\zeta(s/\omega_n) + 1}$$

となり、各周波数での振幅応答は、

$$\left| \frac{e_o}{\theta_c}(j\omega) \right| = K \left| \frac{(\omega/\omega_n)^2 - 1}{(\omega/\omega_n)^2 - 2\zeta(j\omega/\omega_n) - 1} \right| = K \left| \frac{1 - (\omega_n/\omega)^2}{1 - 2\zeta(j\omega_n/\omega) - (\omega_n/\omega)^2} \right|$$

と表されるから

$$\left| \frac{e_o}{\theta_c}(j\omega) \right| = \begin{cases} 1 & (\omega \ll \omega_n) \\ 0 & (\omega = \omega_n) \\ 1 & (\omega \gg \omega_n) \end{cases}$$

というように、特定の周波数だけ通さないノッチフィルタのような周波数応答特性であることがわかる。

以上